КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ СООТНОШЕНИЯ В «ГЛАДКИХ» ИЛИ НОРМАЛЬНО ХАОТИЧЕСКИХ ПОМЕХАХ

Профессор В. А. Котельников

Московский Орден Ленина
Энергетический институт им. В. М. Молотова
Научная сессия Проблемы послевоенной энергетики Советского Союза
Тезисы докладов
Гос. Техн. Изд-во, М.–Л., 1945, с. 222–224

1. Понятие и математические выражения для «гладких» или нормально хаотических (н. х.) помех были даны в моем докладе «Спектры «гладких» помех» [1]).

2. Исходя из математического выражения для н. х. помех, можно сделать следующие выводы:

а) вероятность того, что мгновенное значение $\Phi(t)$ н. х. помехи в данный момент t будет лежать в пределах

$$u < \Phi(t) < u + du$$

будет

$$p[u < \Phi(t) < u + du] = e^{-\frac{u^2}{2A^2}} \frac{du}{\sqrt{2\pi}\, A}$$

и вероятность того, что $\Phi(t) > u$ будет

$$P[u < \Phi(t)] = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{u/A} e^{-\frac{Z^2}{2}} dZ,$$

где

$$A^2 = \int\limits_0^\infty g(\omega) d\omega$$

— эффективное или среднеквадратичное значение помехи,

б) среднее число «выбросов» помехи за величину u в единицу времени равно:

$$N = \nu e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{A}\right)^2},$$

---

[1]) См. наст. сборник, с. 160

где

$$\nu = \frac{\int\limits_0^\infty \omega^2 g(\omega) d\omega}{2\pi \cdot A};$$

в) средняя продолжительность одного «выброса» будет:

$$\theta_{cp} = \frac{P[u < \Phi(t)]}{N}.$$

3. Если н. х. помеха имеет симметричный среднеквадратичный спектр $g(\omega)$ с точкой симметрии ω_0, то такая, помеха может быть выражена так:

$$\Phi(t) = C(t)\cos\omega_0 t + S(t)\sin\omega_0 t =$$
$$= \sqrt{C(t)^2 + S(t)^2}\,\cos[\omega_0 t + \varphi(t)] = B(t)\cos[\omega_0 t + \varphi(t)],$$

где $C(t)$ и $S(t)$ — независимые н. х. колебания со среднеквадратичными спектрами:

$$g_C(\omega) = g_S(\omega) = 2g(\omega_0 + \omega);$$

$\varphi = -\operatorname{arctg}\dfrac{S(t)}{C(t)}$ — случайная меняющаяся по времени фаза, могущая принимать все значения от $-\pi$ до π, равновероятно. При этом будут иметь место следующие соотношения:

а) вероятность того, что огибающая $B(t)$ будет в данный момент лежать в пределах $u < B(t) < u + du$, будет:

$$P[u < B(t) < u + du] = e^{-\frac{u^2}{2A^2}}\frac{u \cdot du}{A^2};$$

и вероятность того, что в данный момент $B(t) > u$ будет

$$P[u < B(t)] = e^{-\frac{u^2}{2A^2}}.$$

б) среднее число выбросов огибающей $B(t)$ помехи за величину u в единицу времени будет

$$N = \nu_0\left(\frac{u}{A}\right)e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{u}{A}\right)^2},$$

где

$$\nu_0 = \frac{\int\limits_0^\infty g(\omega)(\omega - \omega_0)^2 d\omega}{\sqrt{2\pi} \cdot A};$$

в) средняя продолжительность одного выброса огибающей $B(t)$ за величину u будет

$$\tau_{cp} = \frac{P[u < B(t)]}{N}.$$

4. Для н. х. помех можно доказать следующую теорему о предельной помехоустойчивости, которую можно получить в лучшем случае от идеально работающего приемника.

Теорема

Пусть известно, что мог прийти сигнал $a(t)$ или $b(t)$ равновероятно, пусть на сигнал наложилась н. х. помеха со среднеквадратичным спектром $g(\omega) = g_0$, тогда вероятность того, что сигналы не будут перепутаны в идеально помехоустойчивом приемнике, будет

$$\Pi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int\limits_{-\infty}^{\alpha} e^{-\frac{z^2}{2}} dz,$$

где

$$\alpha = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{[a(t) - b(t)]^2 dt}{4\pi g_0}.$$

5. Приведенные здесь соотношения и теорема позволяют количественно судить о помехоустойчивости различных систем радиопередачи.

МЭИ
Кафедра
теоретических основ
радиотехники